

张景中谈奥数

华伟教授认为，竞赛数学是教育数学的一部分。这个看法是言之成理的。数学要解题，要发现问题、创造方法。年复一年进行的数学竞赛活动，不断地为数学问题的宝库注入新鲜血液，常常把学术形态的数学成果转化为可能用于教学的形态。早期的国际数学奥林匹克试题，有不少进入了数学教材，成为例题和习题。竞赛数学与教育数学的关系，于此可见一斑。

写到这里，忍不住要为数学竞赛说几句话。有一阵子，媒体上面出现不少讨伐数学竞赛的声音，有的教育专家甚至认为数学竞赛之害甚于黄、赌、毒。我看了有关报道后第一个想法是，中国现在值得反对的事情不少，论轻重缓急还远远轮不到反对数学竞赛吧。再仔细读这些反对数学竞赛的意见，可以看出来，他们反对的实际上是某些为牟利而又误人子弟的数学竞赛培训。就数学竞赛本身而言，是面向青少年中很小一部分数学爱好者而组织的活动。这些热心参与数学竞赛的数学爱好者（还有不少数学爱好者参与其他活动，例如青少年创新发明活动、数学建模活动、近年来设立的丘成桐中学数学奖），估计不超过约两亿中小学生的百分之五。从一方面讲，数学竞赛培训活动过热产生的消极影响，和升学考试体制以及教育资源分配过分集中等多种因素有关，这笔账不能算在数学竞赛头上；从另一方面看，大学招生和数学竞赛挂钩，也正说明了数学竞赛活动的成功因而得到认可。对于

青少年的课外兴趣活动，积极的对策不应当是限制堵塞，而是开源分流。发展多种课外活动，让更多的青少年各得其所，把各种活动都办得像数学竞赛这样成功并且被认可，数学竞赛培训活动过热的问题自然就化解或缓解了。

摘自《走进教育数学》丛书总序

前 言

国际中小学数学能力检测(International Mathematics Assessments for Schools, IMAS)是一项为小学中年级、小学高年级与初中学生所举办的世界级数学检测,旨在以国际宏观的尺度衡量学生在三项认知层面——知识、应用与推理上的表现,为参加者提供在不同领域、不同难度、每年一次的公开数学检测,测试学生的数学能力,挑战学生开阔数学视野的能力,评估学校、国家与地区之间的数学水平,给予聪颖与能力强的学生能透过大众认可的检测评价他们在数学上的能力,支持资优教育的发展.

IMAS 针对小学中年级(三、四年级)、高年级(五、六年级)与初中(七、八年级)程度的学生分别命题进行检测,参加者可以根据自己的能力,自行选择检测项目的内容与难度,即学生可以跳级或降级参加检测,即小学三年级学生可以参加小学高年级组检测,九年级学生可以参加初中组检测.

IMAS 分第一轮检测和第二轮检测.

IMAS 第一轮检测:包括 25 道题,答题时间为 75 分钟.前 20 题为选择题,最后 5 题答案为 000 至 999 整数的填空题.题目的难度等级分布情况为:第 1~10 题为容易题,每题 3 分;第 11~20 题为适中的题,每题 4 分;第 21~25 题为难题,每题 6 分.总分为 100 分.考试时间 75 分钟.学生将根据其所在考区同年级学生 IMAS 第一轮检测的成绩给予以下奖项:一等奖——成绩在前 10% 者;二等奖——成绩

在前 11% ~ 前 25% 之间者;三等奖——成绩在前 26% ~ 前 50% 之间者. 每位学生都可得到一张个人的详细成绩报告, 报告列出整体平均标准及个人成绩的百分等级, 提供学生在不同层次技能的表现, 检测所显示出的强项与弱点可督促学生的学习. 这些珍贵的讯息将对各地区的数学教育研究有很大的帮助.

IMAS 第二轮检测: 邀请各考区参加 IMAS 第一轮检测成绩在前 10% 的学生参加. 试题共有 15 题, 其中第 1 ~ 5 题为选择题, 每题 4 分; 第 6 ~ 13 题为填空题, 每题 5 分; 第 14 ~ 15 题为详答题(必须写出详细演算过程), 每题 20 分, 部分答对给予部分分数. 总分为 100 分. IMAS 第二轮检测成绩达各考区前 5% 者颁发金牌, 成绩达前 6% ~ 15% 者颁发银牌, 成绩达前 16% ~ 30% 者颁发铜牌, 以及相应的证书.

根据各考区 IMAS 组织工作、参加检测人数及第二轮检测成绩综合评估居前的考区获邀派队参加 International Mathematics Competition(IMC), 中国可以派中学、小学各四个队参赛, 每个队由四名学生、两名教师组成, IMC 组委会免费提供受邀学生、教师在比赛国家期间的所有食宿, 自行负担出国的往返交通费用.

本书收录了第 1 届(2011 ~ 2012 年)至第 6 届(2016 ~ 2017 年)国际中小学数学能力检测(小学高年级组)的全部试题, 对每一道试题均给出详解, 有的给出了多种解法, 目的是使读者开阔眼界, 加深对问题的理解, 可以从中得到有益的启发, 培养举一反三的能力.

本书可供小学数学资优生, 准备小学升初中数学考试的考生, 准备参加各类小学数学竞赛的选手, 小学数学教师, 高等师范院校数学教育专业大学生, 数学爱好者及数学研究工作者参考.

参加 IMAS 命题工作的有: Andy Liu(加拿大亚伯达大学)、朱华伟、孙文先(中国台湾)、郑焕、付云皓、邹宇、张传军、张红兵、陈泽桐、杨姗、周弋林、李苹芳、刘阳、刘凤鸣、罗芳等.

在本书的编校过程中,付云皓博士提供了很大的帮助,在此向他表示真诚的感谢.对于本书存在的问题,热忱希望读者不吝赐教.

朱华伟 孙文先

2018年1月

目 录

张景中谈奥数

前言

第 1 章 第 2 届国际中小学生数学能力检测 (IMAS) (小学中年级组)	1
1.1 第一轮英文试题	1
1.2 第一轮中文试题	5
1.3 第一轮试题解答与评注	9
1.4 第二轮英文试题	12
1.5 第二轮中文试题	16
1.6 第二轮试题解答与评注	21
第 2 章 第 3 届国际中小学生数学能力检测 (IMAS) (小学中年级组)	25
2.2 第一轮中文试题	30
2.3 第一轮试题解答与评注	35
2.4 第二轮英文试题	42
2.5 第二轮中文试题	45
2.6 第二轮试题解答与评注	48
第 3 章 第 4 届国际中小学生数学能力检测 (IMAS) (小学中年级组)	55
3.1 第一轮英文试题	55
3.2 第一轮中文试题	60
3.3 第一轮试题解答与评注	64
3.4 第二轮英文试题	68
3.5 第二轮中文试题	72
3.6 第二轮试题解答与评注	76

第4章	第5届国际中小学生数学能力检测(IMAS)(小学中年级组)	81
4.1	第一轮英文试题	81
4.2	第一轮中文试题	86
4.3	第一轮试题解答与评注	92
4.4	第二轮英文试题	96
4.5	第二轮中文试题	99
4.6	第二轮试题解答与评注	102
第5章	第6届国际中小学生数学能力检测(IMAS)(小学中年级组)	108
5.1	第一轮英文试题	108
5.2	第一轮中文试题	113
5.3	第一轮试题解答与评注	119
5.4	第二轮英文试题	125
5.5	第二轮中文试题	128
5.6	第二轮试题解答与评注	131

第 1 章 第 2 届国际中小學生数学能力 检测 (IMAS) (小学中年级组)

1.1 第一轮英文试题

考试时间:75 分钟

Questions 1–10, 3 marks each

1. We want to cut a 20 m stick into shorter sticks of length 4 m. We can only cut one piece of stick at a time. How many cuts are required?

- (A)3 (B)4 (C)5 (D)6 (E)7

2. What number must replace the \square in the mathematical sentence $\square + 5 = 13 - 6$ to make it correct?

- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)5

3. Which of the following number is less than 2,010,000?

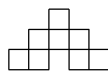
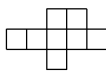
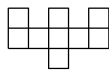
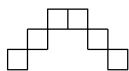
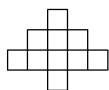
- (A) two millions and ten thousands (B) 2,100,000
(C) one million and twenty thousands (D) 20,100,000
(E) two millions and one hundred thousands

4. What is the value of $999 + 99$?

- (A)1088 (B)1098 (C)1099 (D)1889 (E)1989

5. The following figures are formed by identical squares. Which figure has the longest perimeter?

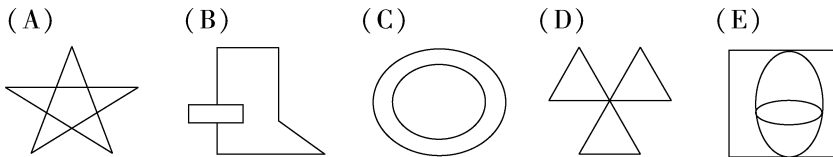
- (A) (B) (C) (D) (E)



6. Starting from the forest, a rabbit hopped 500 m to the north, and then reached a farm by hopping 500 m to the west. In which direction from the forest is the farm?

- (A) East (B) South (C) Northwest (D) North (E) West

7. Which of the following figures cannot be drawn without lifting the pencil off the paper and without going over any line twice?



8. What operation signs must replace \circ and \square so that the mathematical sentence $2 + 8 + 3 = 2 \circ 8 \square 3$ is correct?

- (A) + for \circ and \times for \square (B) \times for \circ and $-$ for \square
 (C) + for \circ and \div for \square (D) \times for \circ and \div for \square
 (E) \times for \circ and + for \square

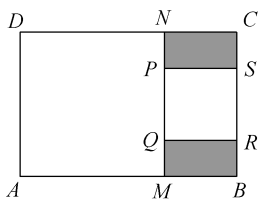
9. A ray consists of a point on a line and all the points on that line on one side of that point. How many rays can we draw through a point on a plane?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8
 (E) Infinitely many

10. The birthdays of two sisters are on the same day. The elder sister is 4 years older than the younger sister. When the sum of their ages reaches 50 years, how old is the younger sister?

- (A) 12 (B) 20 (C) 23 (D) 25 (E) 27

Questions 11–20, 4 marks each



11. The diagram below shows two squares $AMNQ$ and $PQRS$ inside a rectangle $ABCD$. The areas of the two squares are 16 cm^2 and 4 cm^2 respectively.

What is the sum of area of the shaded regions in cm^2 ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5
 (D) 6 (E) 7

12. How many zeros are there in the end of the product of $20 \times 30 \times 40 \times 50$?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

13. Some students form a rectangle. Joseph is in the fourth row if we count from the front and in the seventh row if we count from the back. He is in the third column

if we count from left and in the ninth column if we count from the right. How many students are there?

- (A)90 (B)100 (C)110 (D)120 (E)132

14. Two pieces of straw can be joined together by overlapping one with the other for a length of 2 cm. If three pieces of straw are joined together to form a magic wand, what is the length, in cm, of the magic wand?

- (A)54 (B)55 (C)56 (D)58 (E)60

15. In the mathematical sentence below, A , B , C , D , E and F represent six distinct digits from 0 to 9. What is the numeral value of E ?

$$\begin{array}{r} 6 \ A \\ \times \quad 3 \ 5 \\ \hline 3 \ 3 \ B \\ 1 \ C \ 8 \\ \hline D \ E \ F \ B \end{array}$$

- (A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4

16. A soccer match consists of two halves each lasting 45 minutes, with a 15-minute break in between. If a soccer match begins at 13:00 and there is no extension of the game, at what time will it end?

- (A)13:45 (B)14:00 (C)14:30 (D)14:35 (E)14:45

17. Study the mathematical sentences below:

$$74 \times 6 = 444,$$

$$74 \times 12 = 888,$$

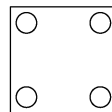
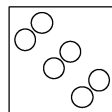
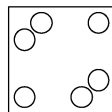
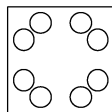
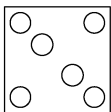
$$74 \times (\quad) = 444888$$

What number must be filled in the parentheses so that the last sentence is correct?

- (A)1266 (B)1206 (C)6088 (D)6612 (E)6012

18. Let us fold a square piece of paper along a diagonal to make a triangle. Cut a small round hole near each of the three corners of the triangle. Which of the following figures is obtained when we unfold the piece of paper?

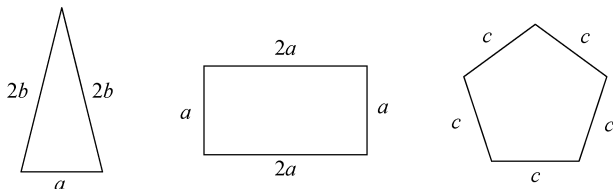
- (A) (B) (C) (D) (E)



19. Susan wrote five numbers on the board, represented by A, B, C, D and E. A is larger than B, C is larger than D, C is smaller than E, D is larger than B, and E is smaller than A. Which number is the third largest?

- (A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

20. The three figures in the diagram below have equal perimeters. What is $a : b : c$?

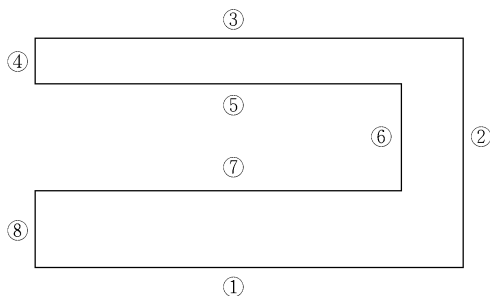


- (A) 1 : 1 : 1 (B) 2 : 4 : 5 (C) 4 : 6 : 5
 (D) 16 : 20 : 25 (E) 20 : 25 : 24

Questions 21–25, 6 marks each

21. The mirror image of a mathematical expression reads $\text{___} = 8105 - 5015$. What is the correct difference?

22. The following figure is composed of eight line segments. At the intersection of every two segments is a right angle, and each line segment is marked with a number. The easiest method to find the perimeter of the figure is by measuring three segments in the figure. What is the smallest three-digit number that is formed by the corresponding numbers of the three segments?



23. Let \triangle , \square and \star represent three distinct digits. If $7\triangle 90901$ is larger than $79\square 9001$, which is in turn larger than $798900\star$, what is the value of $\triangle + \square + \star$?

24. The number of bicycles in the school bicycles lot is a three-digit number, and the number of bicycle wheels is also a three-digit number. These six digits are 2, 3, 4, 5, 6 and 7 in some order. At most how many bicycles are there?

25. Helen has some \$1, \$2 and \$5 coins. The total value is \$80. All the \$1 coins may be traded in for \$10 coins, resulting in 36 fewer coins. All the \$5 coins may be traded in for \$10 coins, and all the \$2 coins may be traded in for \$5 coins. What is the largest possible numbers of coins Helen has?

* * *

1.2 第一轮中文试题

考试时间:75 分钟

注意事项

一般规定

1. 进入试场后,未获监考老师许可之前不可翻开此测验题本.
2. 不可以使用计算器具、对数表、数学图表、手机与任何电子计算器具.作答时可使用直尺与圆规,以及两面全空白的草稿纸.
3. 题目所提供之图形只是示意图,不一定精准.
4. 最前 20 题为选择题,每题有五个选项,请填选最合理的一个选项.最后 5 题要求填入的答案为 000 至 999 的正整数.
5. 请依照监考老师指示,谨慎地在答案卡上填写您的基本数据.若因填写错误或不详所造成之后果由学生自行负责.
6. 须等待监考老师宣布开始作答后,才可以打开题本进行答题.

作答须知

1. 限用 B 或 2B 铅笔填写答案.
2. 请用 B 或 2B 铅笔在答案卡上将您认为正确选项的圆圈涂满(不是在题本上).
3. 您的答案卡将由计算机阅卷,为避免计算机误判,请不要在答案卡上其他任何地方涂划任何记号.填写答案卡时,若需要修改,可使用软性橡皮小心擦拭,并确定答案卡上无残留痕迹.

特别约定

为确保竞赛之公平性及认证成绩优异学生,IMAS 主办单位保留要求考生重测之权利。

1-10 题,每题 3 分

1. 一根 20m 的木棍,要把它锯成每根 4m 的小木棍,每次只能锯一根木棍. 请问一共要锯多少次?

- (A)3 (B)4 (C)5 (D)6 (E)7

2. 在算式 $\square + 5 = 13 - 6$ 中,请问 \square 中应填入什么数才能使算式正确?

- (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)5

3. 以下哪一个选项中的数小于 2010000?

- (A)201 万 (B)2100000 (C)102 万 (D)20100000 (E)210 万

4. $999 + 99 = ?$

- (A)1088 (B)1098 (C)1099 (D)1889 (E)1989

5. 下面图 1-1 各图形都由全等的正方形组成,请问哪一个图形的周长最大?

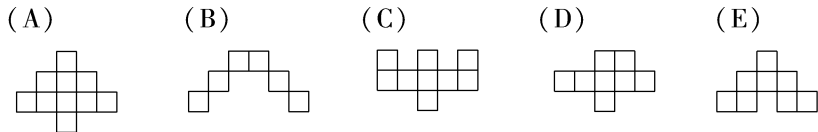


图 1-1

6. 小白兔从森林出发,它先向北走 500 米,再向西走 500m,最后到达农田. 请问农田在森林的什么方向?

- (A)正东 (B)正南 (C)西北 (D)正北 (E)正西

7. “一笔画”是用一支笔使笔尖不离开纸面在平面上画图形,而且每条线都只画一次不得重复. 请问图 1-2 中哪一个图形不能用一笔画完成?

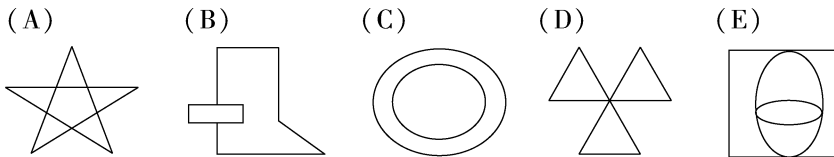


图 1-2

8. 在算式 $2+8+3=2\bigcirc8\bigtriangleup3$ 中, 请问应该分别在 \bigcirc 、 \bigtriangleup 填上什么运算符号才可以使得算式正确?

- (A) \bigcirc 填入+, \bigtriangleup 填入 \times (B) \bigcirc 填入 \times , \bigtriangleup 填入-
 (C) \bigcirc 填入+, \bigtriangleup 填入 \div (D) \bigcirc 填入 \times , \bigtriangleup 填入 \div
 (E) \bigcirc 填入 \times , \bigtriangleup 填入+

9. 直线上的一点和它一旁的部分所组成的图形称为射线, 请问过平面上一点可以画多少条射线?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4
 (D) 8 (E) 无穷多

10. 有一对姐妹的生日在同一天, 但姐姐比妹妹的年龄大 4 岁, 当两人的年龄和为 50 岁时, 请问妹妹为多少岁?

- (A) 12 (B) 20 (C) 23
 (D) 25 (E) 27

11-20 题, 每题 4 分

11. 长方形 $ABCD$ 内有两个相邻的正方形 $AMND$ 和 $PQRS$, 如图 1-3 所示, 已知它们的面积分别为 16 cm^2 和 4 cm^2 , 请问图中阴影部分的面积总和为多少 cm^2 ?

- (A) 3 (B) 4 (C) 5
 (D) 6 (E) 7

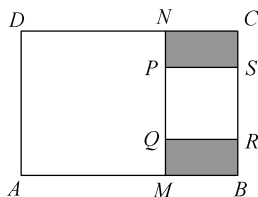


图 1-3

12. 请问算式 $20 \times 30 \times 40 \times 50$ 的乘积末尾有多少个连续的零?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4
 (D) 5 (E) 6

13. 一群学生排成长方形队形. 小明所站的位置, 从前面数是第 4 行, 从后面数是第 7 行, 从左边数是第 3 列, 从右边数是第 9 列. 请问这群学生共有多少名?

- (A) 90 (B) 100 (C) 110 (D) 120 (E) 132

14. 把 3 根吸管连在一块, 好像一根魔术棒. 每根吸管长 20cm , 两根之间的接头重叠部分是 2cm , 请问这根“魔术棒”的长度为多少 cm ?

- (A) 54 (B) 55 (C) 56 (D) 58 (E) 60

15. 在右边的竖式中, 字母 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 代表 $0 \sim 9$ 中六个不同的数码, 请问字母 E 代表的数码是什么?

$$\begin{array}{r}
 6 \ A \\
 \times \quad 3 \ 5 \\
 \hline
 3 \ 3 \ B \\
 1 \ C \ 8 \\
 \hline
 D \ E \ F \ B
 \end{array}$$

- (A)0 (B)1 (C)2 (D)3 (E)4

16. 奥运会足球小组赛分为上、下两个半场,每半场 45 分钟,中间休息 15 分钟. 伦敦奥运会期间,某场足球小组赛于 13:00 开始,并且此赛事没有伤停时间和延长赛,请问这场足球小组赛什么时刻结束?

- (A)13:45 (B)14:00 (C)14:30 (D)14:35 (E)14:45

17. 观察:

$$74 \times 6 = 444,$$

$$74 \times 12 = 888,$$

$$74 \times (\quad) = 444888$$

请问括号中应填入下列哪一个数才可以使得算式正确?

- (A)6 (B)12 (C)444 (D)888 (E)6012

18. 将一块正方形纸片沿其中一条对角线折叠一次,然后在得到的三角形的三个角附近各打一个小圆洞,再展开正方形纸片,请问可得到图 1-4 中哪个图形?

- (A) (B) (C) (D) (E)

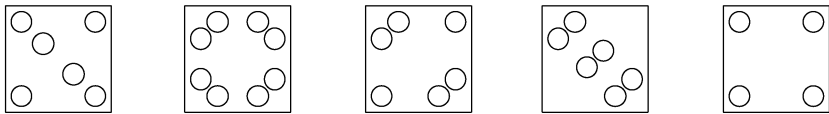


图 1-4

19. 王老师在黑板上写了 5 个数,代号分别为 A, B, C, D, E,她告诉大家:A 比 B 大;C 比 D 大,C 比 E 小;D 比 B 大;E 比 A 小. 请问第三大的数是哪一个?

- (A)A (B)B (C)C (D)D (E)E

20. 如图 1-5,下面三个图形的周长相等,请问 $a : b : c = ?$

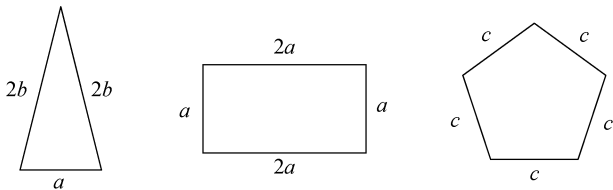


图 1-5

- (A)1 : 1 : 1 (B)2 : 4 : 5 (C)4 : 6 : 5
 (D)16 : 20 : 25 (E)20 : 25 : 24

21-25 题, 每题 6 分

21. 小熊从镜子中看到一个算式“ $\underline{\quad} = 8105 - 5015$ ”, 请问此算式正确的差是多少?

22. 如图 1-6 由 8 条线段组成, 每个角都是直角, 每条线段上标有一个编号, 小亮发现只需测量其中三条线段就可以求出这个图形的周长, 请问由三条线段对应的编号组成的最小 3 位数是多少?



图 1-6

23. 已知 \triangle 、 \square 、 \star 分别表示 0 到 9 之间的三个不同的数码, 并且满足 $7\triangle 90901 > 79\square 9001 > 798900\star$, 请问 $\triangle + \square + \star$ 之值为何?

24. 学校存车处有若干辆两轮自行车, 车的总数和车轮的总数都是 3 位数, 且组成这两个 3 位数的六个数码是 2、3、4、5、6、7, 请问自行车最多有几辆?

25. 小英有一些面额分别为 1 元、2 元与 5 元的硬币, 合计 80 元. 他发现, 如果将 1 元的硬币兑换成 10 元的硬币, 则恰好能全部兑换, 并且此时硬币数量减少了 36 枚; 如果把最初的 5 元硬币兑换成 10 元硬币, 恰好能全部兑换完; 如果把 2 元的硬币兑换成 5 元的硬币, 也恰好能全部兑换完. 请问小英最多可能有多少个硬币?

* * *

1.3 第一轮试题解答与评注

1-10 题, 每题 3 分

1. 答案: (B).

解 木棍被锯成了 $20 \div 4 = 5$ (根), 因此只需要锯 $5 - 1 = 4$ (次).

2. 答案:(B).

解 $2+5=13-6$.

3. 答案:(C).

解 A 等于数 2 010 000、B 大于数 2 010 000、C 小于数 2 010 000、D 大于数 2 010 000、E 大于数 2 010 000.

4. 答案:(B).

解 $999+99=(1000-1)+(100-1)=1100-2=1098$.

5. 答案:(B).

解 令小正方形形的边长为 1,则 A 图形的周长是 18,B 图形的周长是 22,C 图形的周长是 20,D 图形的周长是 16,E 图形的周长是 18. 所以 B 图形的周长最大.

6. 答案:(C).

解 由图 1-7 可知农田在森林的西北方向.

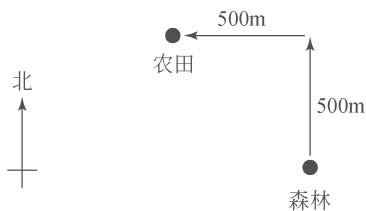


图 1-7

7. 答案:(C).

解 A、B、D、E 都满足一笔划的规律,而 C 图形不是连通图.

8. 答案:(B).

解 算式左边等于 13,当算式右边分别填上 $2 \times 8 - 3$.

9. 答案:(E).

解 以给定的点作为端点,可朝不同方向作任意多条射线,故可以画无穷多条射线.

10. 答案:(C).

解 姐姐与妹妹的年龄差是 4 岁,当两人年龄和为 50 岁时,妹妹的年龄等于 $(50-4) \div 2 = 23$ (岁).

11. 答案:(B).

解 正方形 $AMND$ 、 $PQRS$ 的面积分别为 16cm^2 和 4cm^2 ,那么边长分别为 4cm 、 2cm . 所以长方形 $ABCD$ 的面积为 $6 \times 4 = 24\text{cm}^2$,而阴影部分的面积为 $24 -$